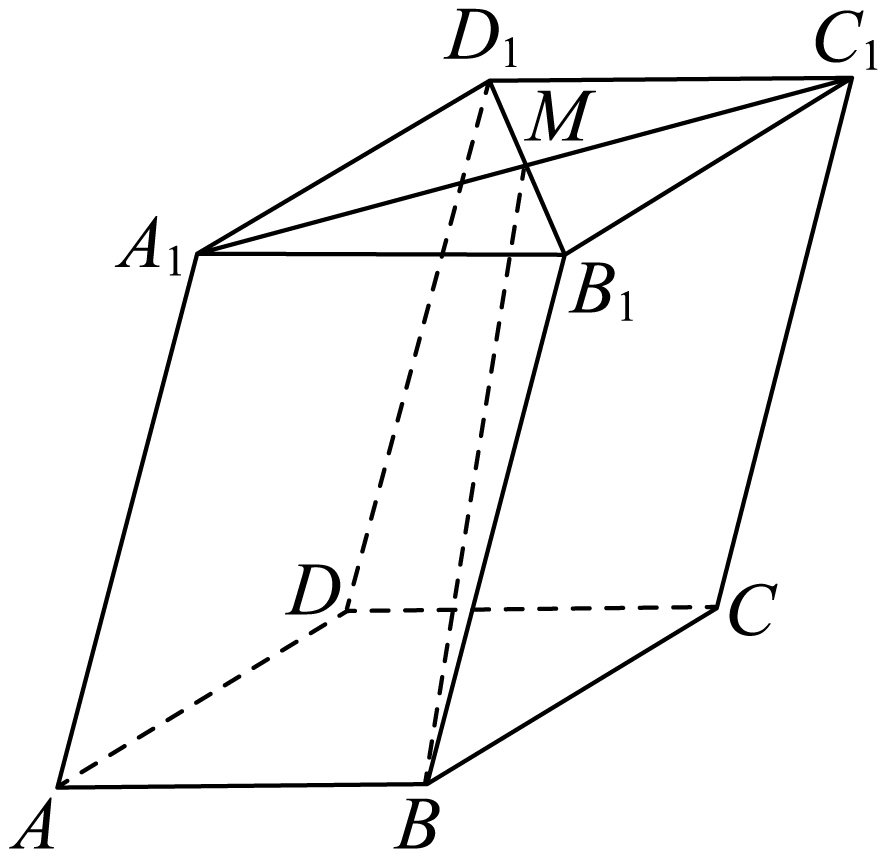
**2022-2023学年高二数学12月月考试卷**

**一､单选题(每题5分，共40分)**

1. 如图，在平行六面体中，是与的交点，若，，，且，则等于( )



A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】以为一组基底可表示出，从而求得的值，进而得到结果.

【详解】，

，，，.  
故选：D.

2. 已知向量共面，则实数的值是( )

A. 1 B.  C. 2 D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据空间共面向量定理，结合已知向量的坐标，待定系数，求解即可.

【详解】因为共面，所以存在，使得，

整理得，解得.

故选：C.

3. 已知的三个顶点分别为，，，则边上的中线长为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】求得的中点坐标，利用两点间的距离公式即可求得答案.

【详解】由题意，，，可得的中点坐标为，

所以边上的中线长为，

故选：B.

4. 已知椭圆：的左、右焦点分别为，，过的直线交椭圆*C*于*A*，*B*两点，若的内切圆的周长为，则直线的方程是( )

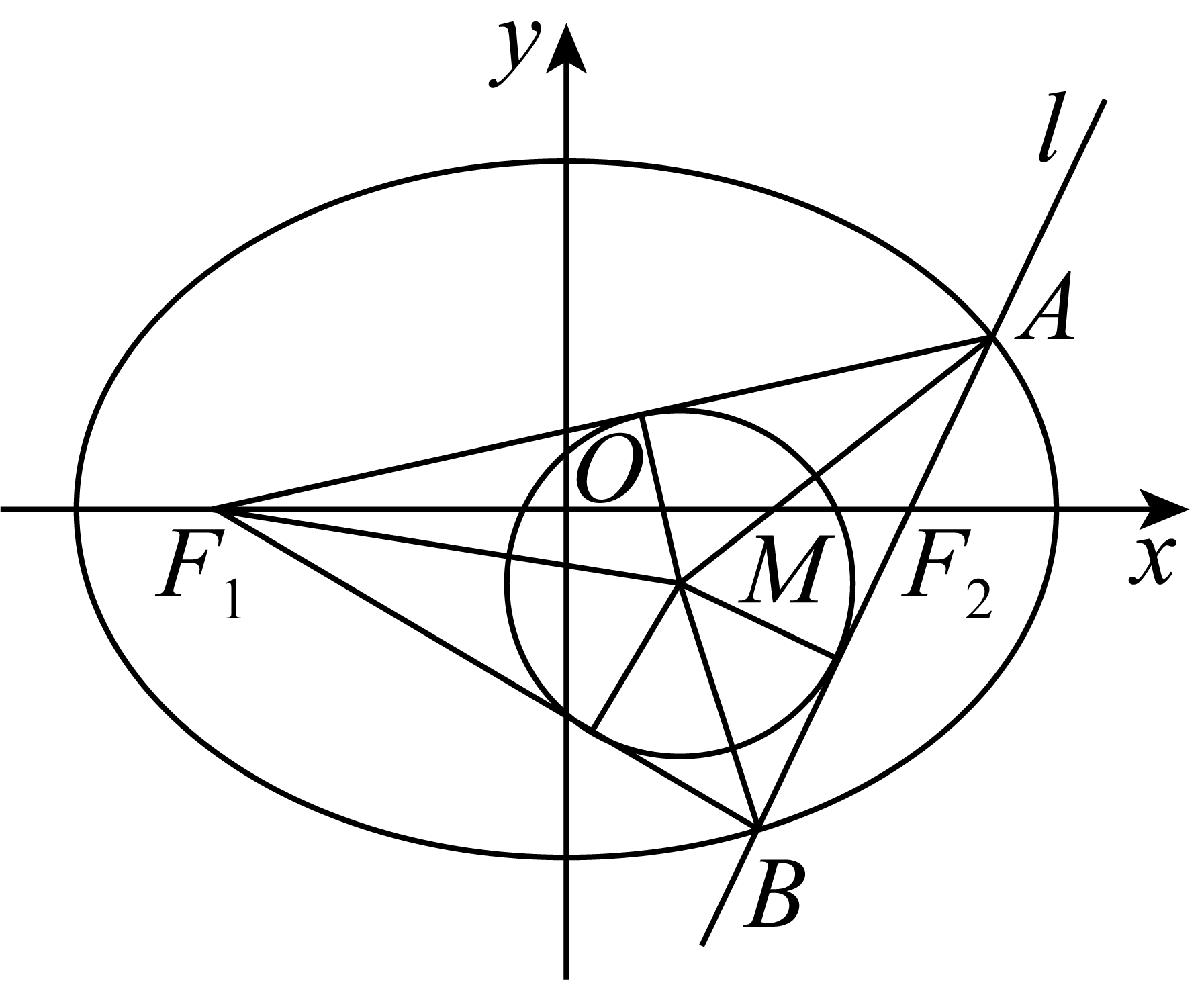
A. 或 B. 或

C. 或 D. 或

【答案】D

【解析】

【分析】由内切圆的周长可以求出内切圆的半径，结合椭圆定义，可以求出的面积，设直线的方程为，与椭圆方程联立，可以将的面积以表示，以面积建立方程，即可解出，求出直线的方程.

【详解】

设内切圆的圆心为，半径为，

则周长，∴，







由椭圆的定义知，，

∴，

∵由已知，，，

易知直线的斜率不为，∴设直线的方程为：，

，消去，化简，得，

，

，

设，，

则，，









，

解得，∴，

∴直线的方程为：，即或.

故选：D.

【点睛】本题解题关键在的面积，以两种形式将三角形表示出来，即可求出直线方程.

5. 已知抛物线的焦点为*F*，点*M*在抛物线*C*的准线*l*上，线段与*y*轴交于点*A*，与抛物线*C*交于点*B*，若，则( )

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】C

【解析】

【分析】由题知点*A*为的中点，结合已知得，过点*B*作，由抛物线的定义即可求解.

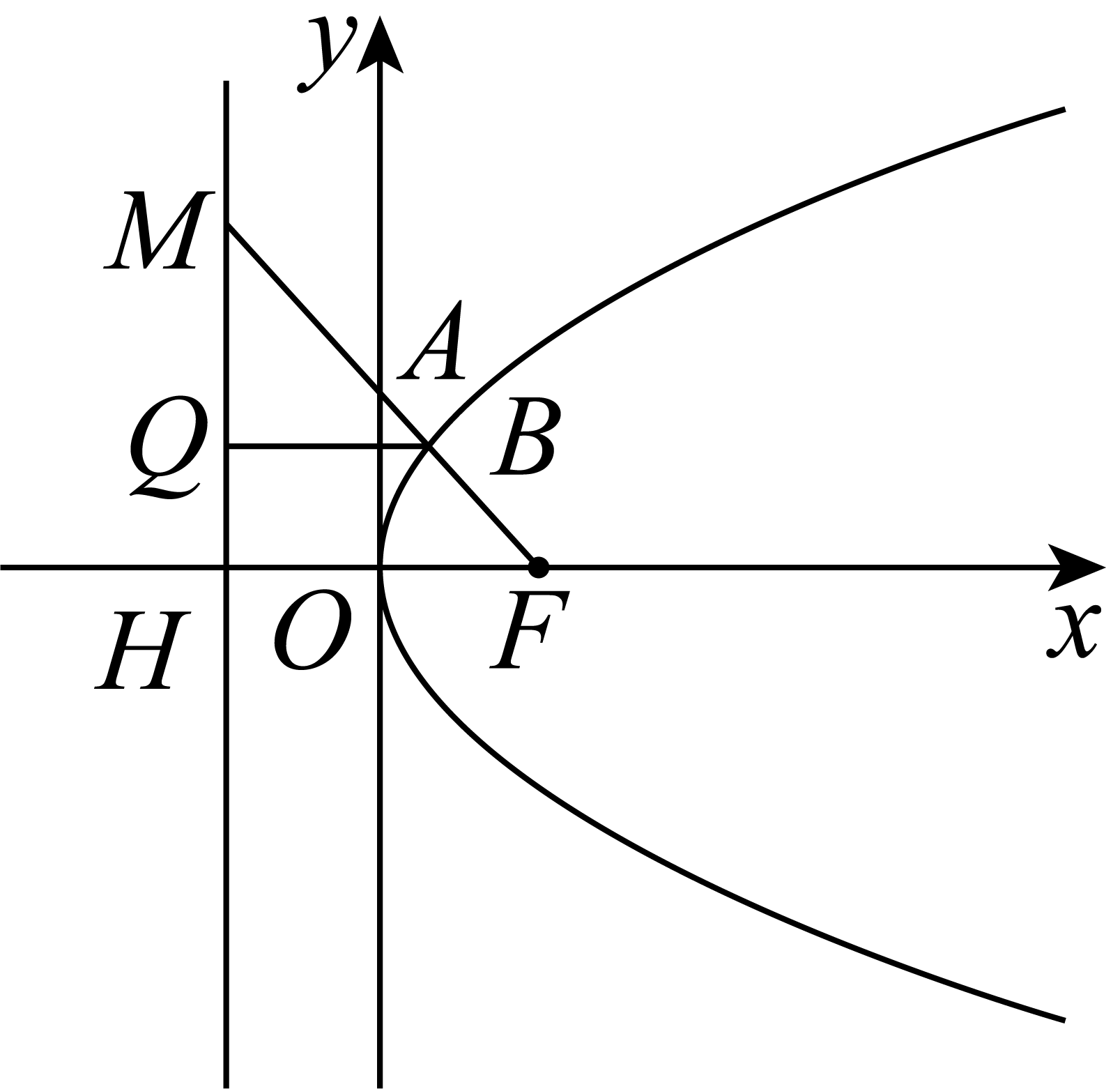
【详解】设*l*与*x*轴的交点为*H*，由*O*为中点，知点*A*为的中点，

因为，所以．

过点*B*作，垂足为*Q*，则由抛物线的定义可知，

所以，则，所以．

故选：C



6. 已知为抛物线的焦点，点在抛物线上，为的重心，则( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】由抛物线方程确定焦点坐标，根据抛物线焦半径公式和重心的坐标表示可直接求得结果.

【详解】由抛物线方程知：；

设，，，

则；

为的重心，，则，

.

故选：C.

7. 已知直线上动点，过点向圆引切线，则切线长的最小值是( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据切线长，半径以及圆心到点的距离的关系，求得圆心到直线的距离，再求切线长距离的最小值即可.

【详解】圆，其圆心为，半径，则到直线的距离；

设切线长为，则，若最小，则取得最小值，显然最小值为，

故的最小值为，即切线长的最小值为.

故选：A.

8. 在正三角形中，为中点，为三角形内一动点，且满足，则最小值为( )

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】以为坐标原点建立平面直角坐标系，设边长为，由向量坐标运算可表示出点轨迹，利用两点间距离公式可得；当时，可求得；当时，令，根据的几何意义，利用直线与圆的位置关系可求得的范围，进而得到最小值；综合两种情况可得结果.

【详解】以为坐标原点，正方向为轴，可建立如图所示平面直角坐标系，



不妨设正三角形的边长为，则，，，

设，则，，

，，

，即；

点轨迹为：，

；

当时，，；

当时，令，则表示与连线的斜率，

设直线与圆相切，

则圆心到直线距离，解得：或，

，

则当时，取得最小值，；

综上所述：最小值为.

故选：D.

**二､多选题**

9. 已知圆：，直线：，点在直线上运动，直线，分别与圆相切于点.则下列说法正确的是( )

A. 四边形面积的最小值为

B. 最小时，弦长为

C. 最小时，弦所在直线方程为

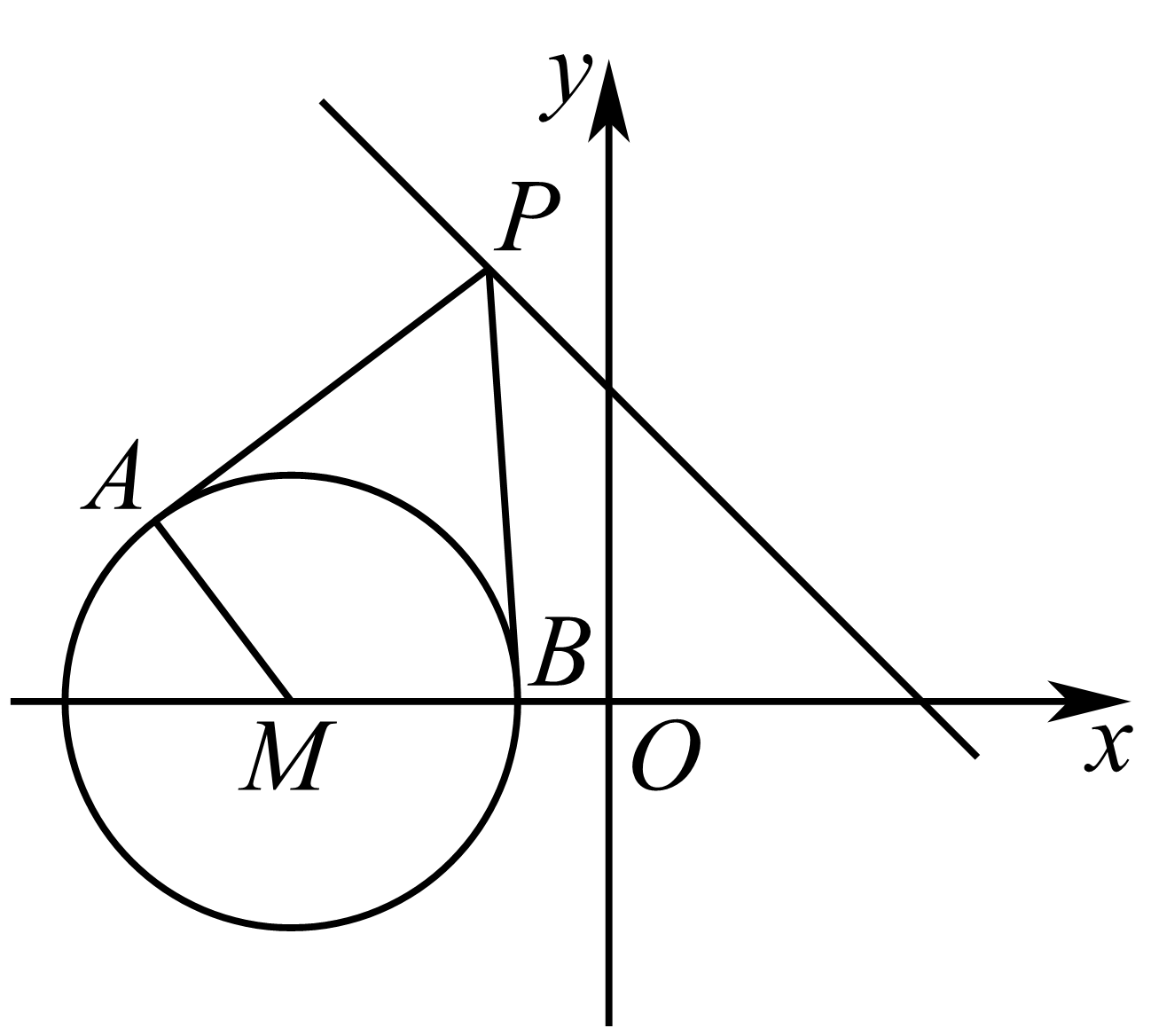
D. 直线过定点

【答案】AD

【解析】

【分析】利用和等面积法判断AB；设，，，利用两条切线方程联立得到直线关于的方程，求出最小时点坐标代入即可判断C；由含参直线方程过定点的求法计算D即可.

【详解】由圆的方程知：圆心，半径，



对于AB，四边形的面积，

则当最小时，四边形的面积最小，

点到直线的距离，所以，

此时，A正确；

又，所以此时，B错误；

对于C，设，，，

则过作圆的切线，切线方程为：，

过作圆的切线，切线方程为：，

又为两切线交点，所以，

则两点坐标满足方程：，

即方程为：；

当最小时，，所以直线方程为：，

由得，即，

所以方程为：，即，C错误

对于D，由C知：方程为：；

又，即，

所以方程可整理：，

由得，所以过定点，D正确.

故选：AD

10. 已知正方体，棱长为1，分别为棱的中点，则( )

A. 直线与直线共面 B. 

C. 直线与直线的所成角为 D. 三棱锥的体积为

【答案】BD

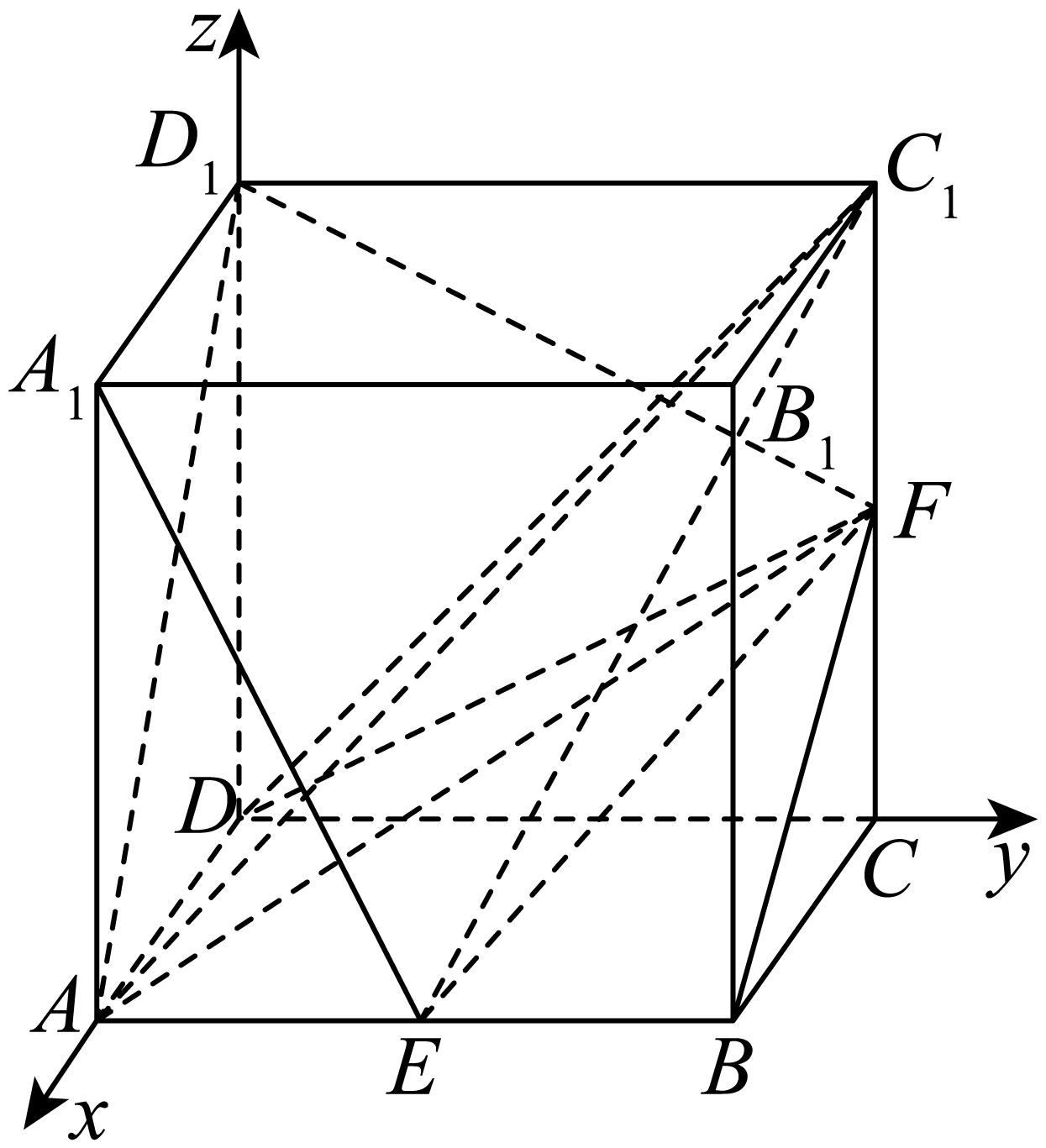
【解析】

【分析】如图，以为原点，以所在直线分别为建立空间直角坐标系，对于A，利用面面平行性质结合平行公理分析判断，对于B，通过计算进行判断，对于C，利用向量的夹角公式求解，对于D，利用求解.

【详解】如图，以为原点，以所在直线分别为建立空间直角坐标系，则

，，

，



对于A，假设直线与直线共面，因为平面∥平面，平面平面，平面平面，

所以∥，

因为∥，所以∥，矛盾，所以直线与直线不共面，所以A错误；

对于B，因为，

所以，所以，所以，所以B正确，

对于C，设直线与直线的所成角为，因为，

所以，

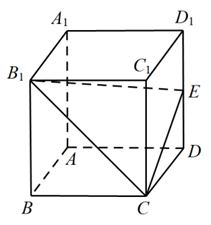
所以，所以C错误，

对于D，因为平面，

所以，所以D正确，

故选：BD.

11. 如图，正方体的棱长为2，*E*是的中点，则( )



A. 

B. 点*E*到直线的距离为

C. 直线与平面所成的角的正弦值为

D. 点到平面的距离为

【答案】AC

【解析】

【分析】以点为原点，建立空间直角坐标系，利用向量法逐一判断分析各个选项即可.

【详解】如图以点为原点，建立空间直角坐标系，

则，

，

则，所以，故A正确；

，则，

所以，

所以点*E*到直线的距离为，故B错误；

因为平面，所以即为平面的一条法向量，

则直线与平面所成的角的正弦值为，故C正确；

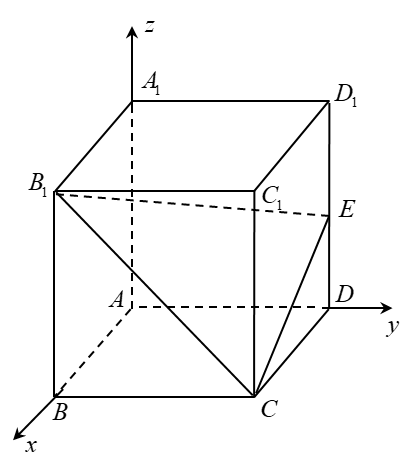


设平面的法向量为，

则有，可取，

则点到平面的距离为，故D错误.

故选：AC.



12. 已知点*F*为椭圆*C*：，的左焦点，过原点*O*的直线*l*交椭圆于*P*，*Q*两点，点*M*是椭圆上异于*P*，*Q*的一点，直线*MP*，*MQ*的斜率分别为，，椭圆的离心率为*e*，若，，则( )

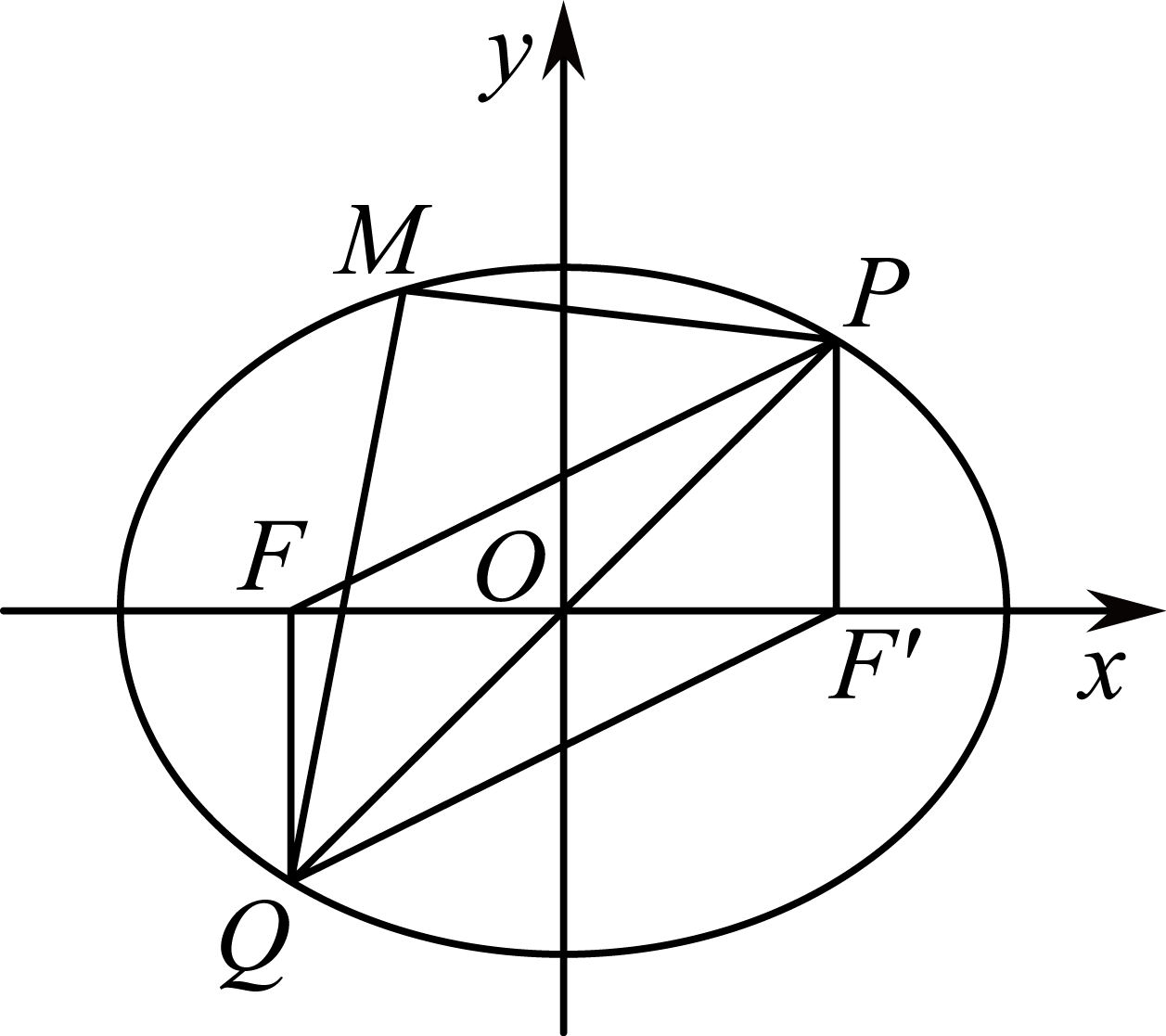
A.  B.  C.  D. 

【答案】BD

【解析】

【分析】设出右焦点，根据椭圆定义结合对称性以及余弦定理得到关系，则离心率可求，设出坐标，利用点差法可求得的表示，结合关系可求解出的值.

【详解】连接，根据椭圆对称性可知四边形为平行四边形，则，且由，可得,



所以,则.

由余弦定理可得，

化简得，故，所以(负舍)

设，则，

所以，又，相减可得．

因为，所以，，所以.

故选：BD.

【点睛】解答本题的关键在于合理运用焦点三角形的知识以及点差法设而不求的思想去计算；椭圆是一个对称图形，任何过原点的直线(不与焦点所在轴重合)与椭圆相交于两点，这两点与椭圆的焦点构成的四边形为平行四边形.

**三､填空题**

13. 已知抛物线，直线与抛物线交于，两点，与圆：交于，两点(，在第一象限)，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】##

【解析】

【分析】分别在，时，结合抛物线的性质证明，结合图象可得，再利用基本不等式求其最小值.

【详解】因为抛物线*M*的方程为，

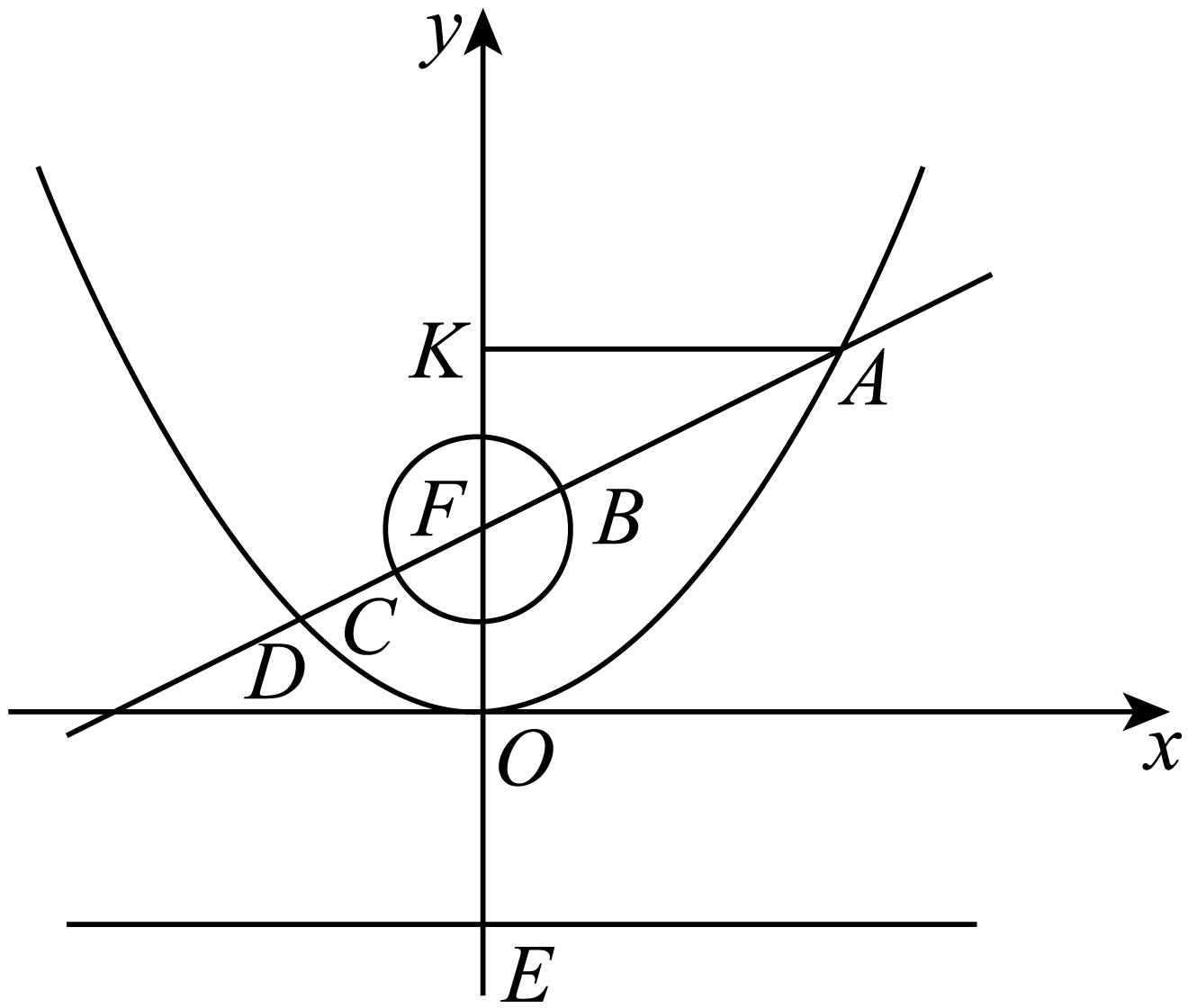
所以抛物线*M*的焦点为，准线，

则直线过抛物线的焦点*F*，

当时，联立与可得，

所以，则；

当时，如图，



过作轴于*K*，设抛物线的准线交*y*轴于*E*，

则，

得，

则，

同理可得，

所以，

化圆*N*：为，则圆*N*的圆心为*F*，半径为1，





，当且仅当且时等号成立，即，时等号成立；

所以的最小值为．

故答案为：．

14. 已知曲线*C*的方程为，则下列说法中：

①曲线*C*关于原点中心对称；

②曲线*C*关于直线对称；

③若动点*P*、*Q*都在曲线*C*上，则线段的最大值为；

④曲线*C*的面积小于3．

所有正确的序号是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】①②③

【解析】

【分析】对于①②：根据对称理解运算即可判断；对于③④：根据椭圆定义可知曲线*C*为椭圆，结合椭圆性质分析即可求解.

【详解】对①：∵曲线*C*的上任一点关于原点的对称点为，

则，即在曲线*C*上，

∴曲线*C*关于原点中心对称，①正确；

对②：∵曲线*C*的上任一点关于直线的对称点为，

则，即在曲线*C*上，

∴曲线*C*关于直线对称，②正确；

∵，则，

∴，即，

又∵，即，

则



，

同理可得：，

则曲线*C*的上任一点到的距离之和为：，

∴曲线*C*表示以为焦点且的椭圆，则，

对③：则线段的最大值为，③正确；

对④：则曲线*C*的面积，④错误；

故答案为：①②③.

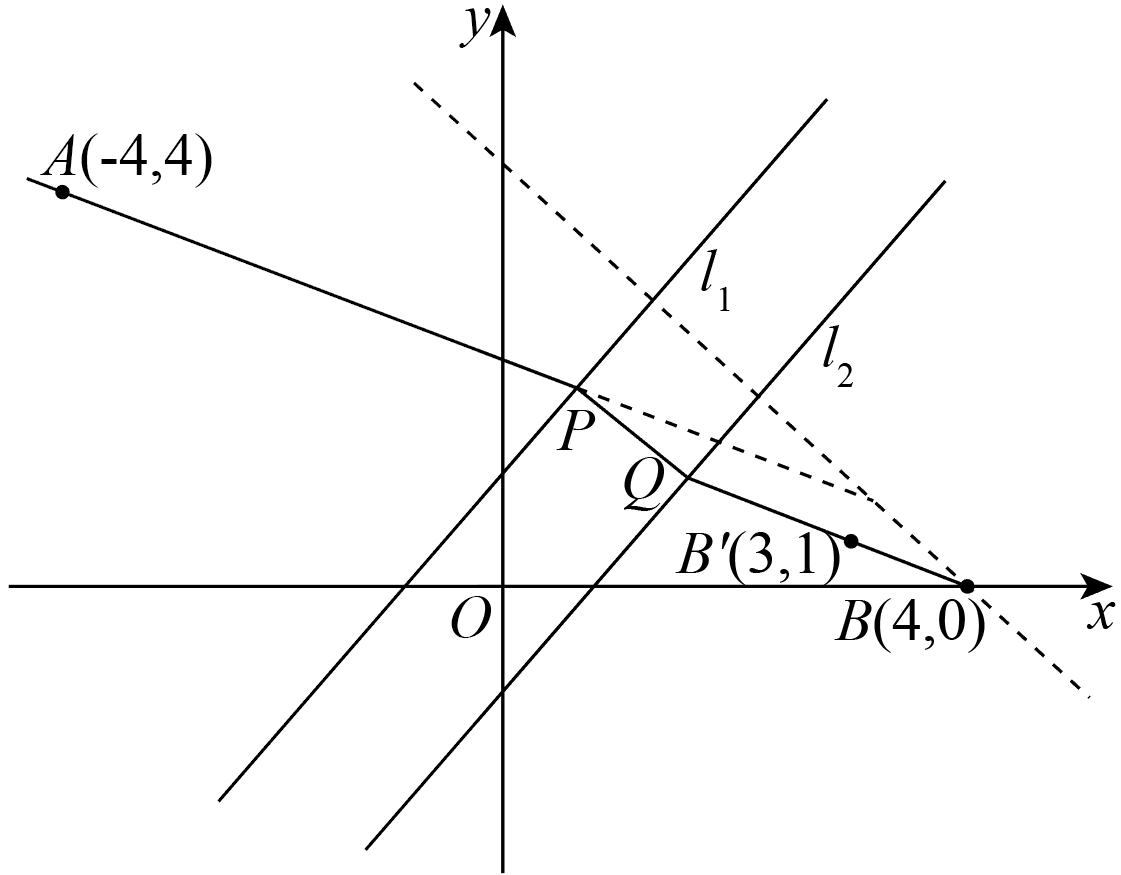
15. 已知､分别在直线与直线上，且，点，，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】##

【解析】

【分析】利用线段的等量关系进行转化，找到最小值即为所求.

【详解】由直线与间的距离为得，过作直线垂直于，如图，



则直线的方程为：，将沿着直线往上平移个单位到点，有，

连接交直线于点*P*，过*P*作于*Q*，连接*BQ*，有，即四边形为平行四边形，

则，即有，显然是直线上的点与点距离和的最小值，

因此的最小值，即的最小值，而，

所以的最小值为=

故答案为：

【点睛】思路点睛：(1)合理的利用假设可以探究取值的范围，严谨的思维是验证的必要过程.

(2)转化与划归思想是解决距离最值问题中一种有效的途径.

(3)数形结合使得问题更加具体和形象，从而使得方法清晰与明朗.

16. 在正三棱柱中，，，*D*，*E*分别为棱，的中点，*F*是线段上的一点，且，则点到平面的距离为\_\_\_\_\_\_．

【答案】##

【解析】

【分析】根据题意建立空间直角坐标系，利用向量的数量积运算求出平面的法向量与，再利用空间向量法即可求得点到平面的距离.

【详解】记的中点为，连结，过作，如图，

根据题意，易知两两垂直，以为原点，为轴，建立空间直角坐标系，

则

故，，，

因为，所以，

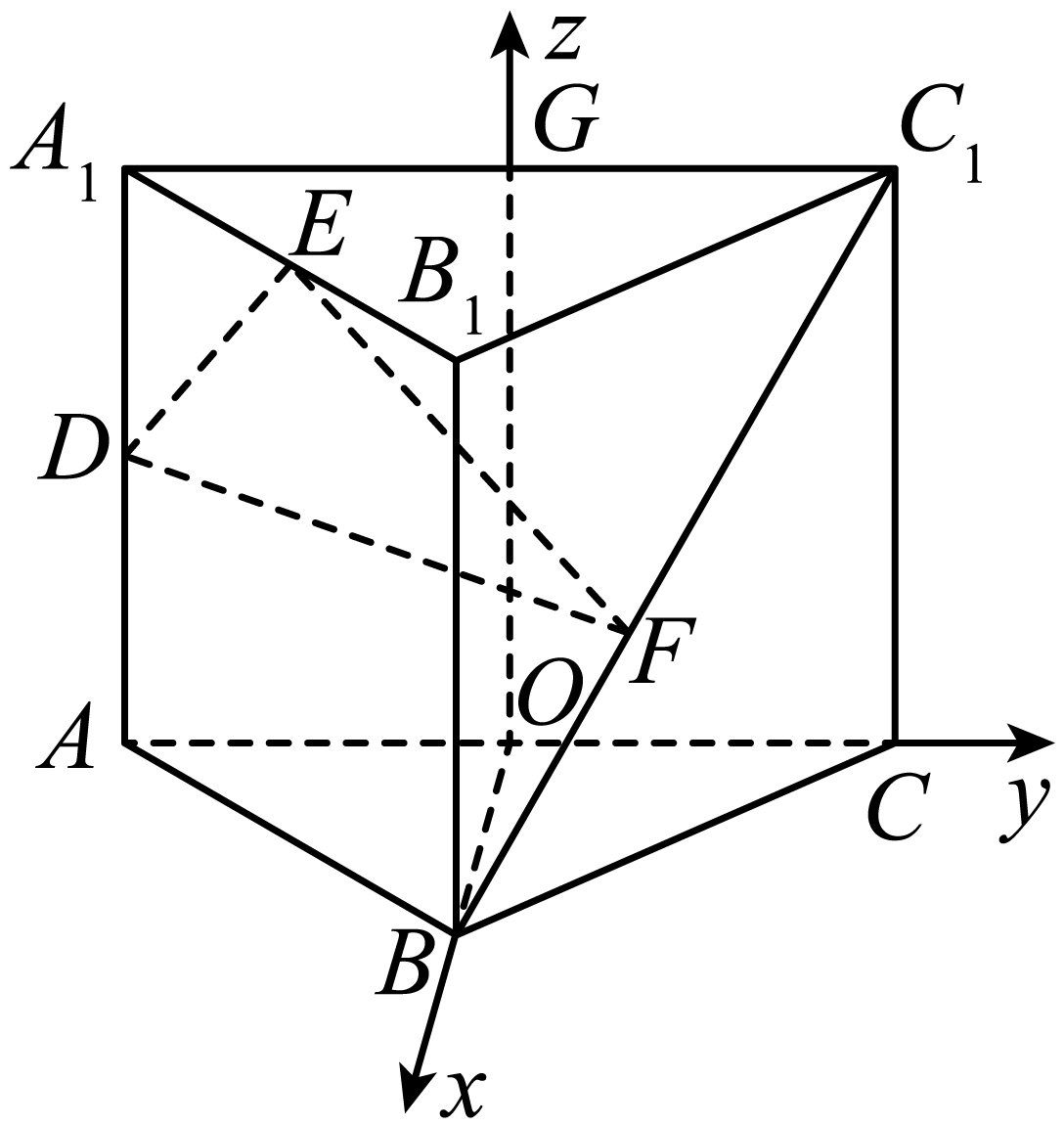
设平面的一个法向量为，则，即，

令，则，故，

又，

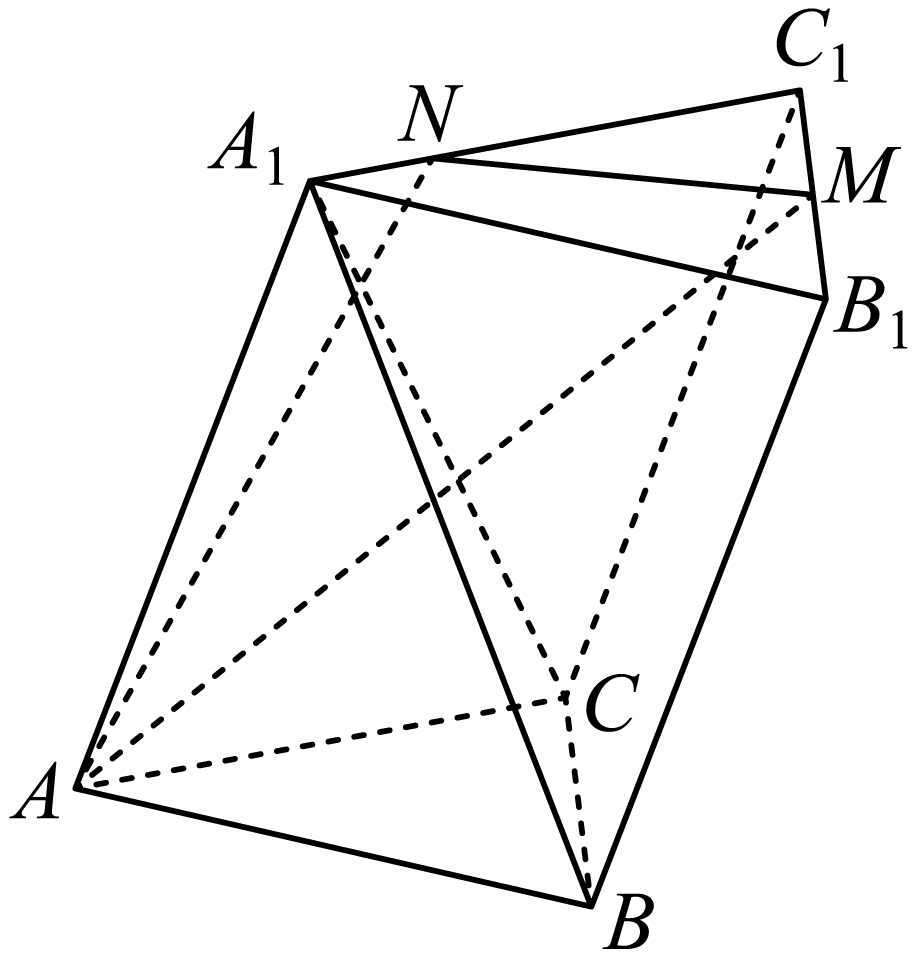
所以点到平面的距离为.

故答案为：.

.

**四､解答题**

17. 如图，在三棱柱中，，，点为的中点，点是上一点，且.



(1)求点*A*到平面的距离；

(2)求平面与平面所成平面角的余弦值.

【答案】(1)

(2)

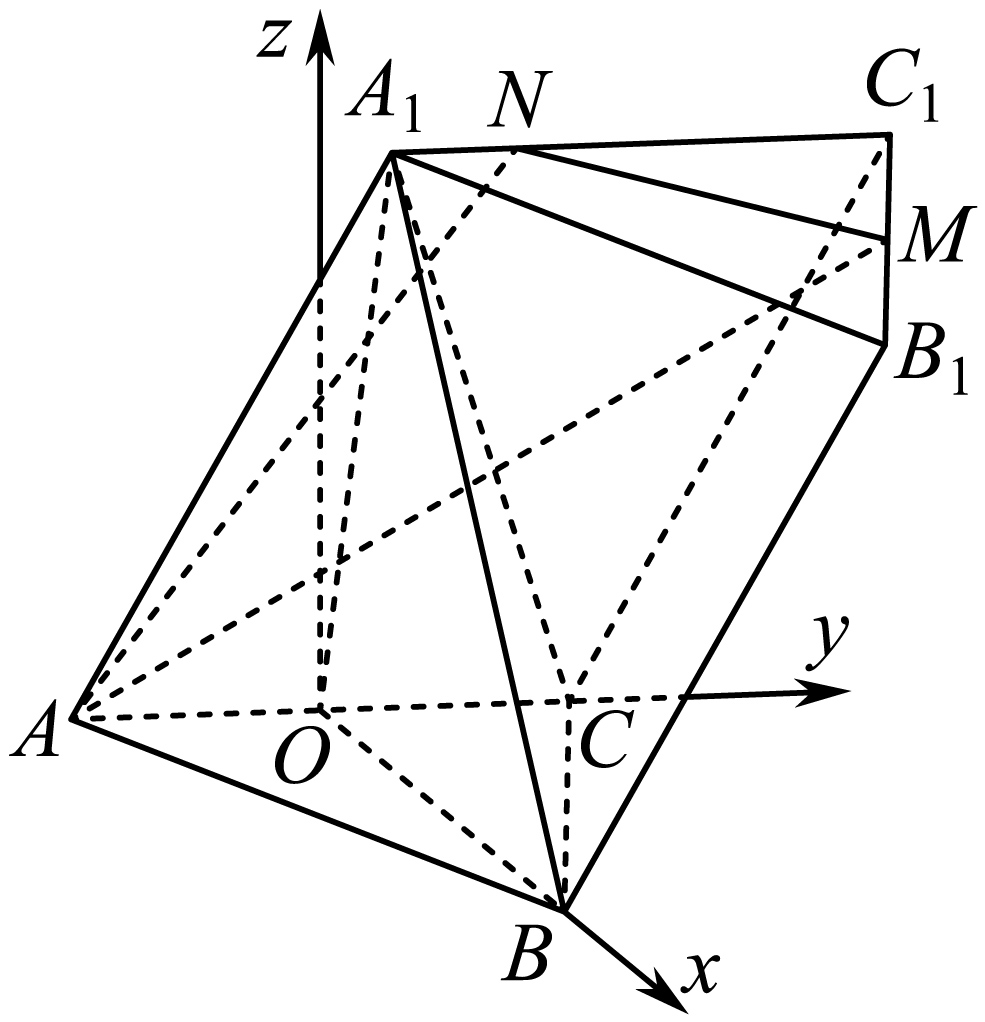
【解析】

【分析】(1)取的中点，连接，以为原点，分别为轴，为轴，建立空间直角坐标系，再利用空间向量法求解即可.

(2)利用空间向量法求解即可.

【小问1详解】

取的中点，连接，如图所示：



因为，

所以，，

所以，.

以为原点，分别为轴，为轴，建立空间直角坐标系，

，，，设，

则，，解得，，

即.

，，

设平面的法向量为，

则，令，解得，即.

，设点*A*到平面的距离为，

则

【小问2详解】

，，

设平面的法向量为，

则，令，解得，

即.

设，则，，

因为，解得.

设，则，，

因为，解得.

因为点为的中点，所以，.

.

设平面的法向量为，

则，令，解得，

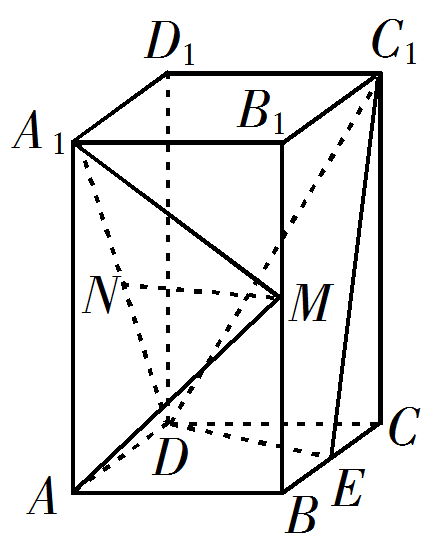
即.

，

因为平面与平面所成平面角为锐角，

所以平面与平面所成平面角的余弦值.

18. 如图，直四棱柱*ABCD–A*1*B*1*C*1*D1*的底面是菱形，*AA1*=4，*AB*=2，∠*BAD*=60°，*E*，*M*，*N*分别是*BC*，*BB1*，*A1D*的中点.



(1)证明：*MN*∥平面*C1DE*；

(2)求点*C*到平面*C1DE*的距离．

【答案】(1)见解析；

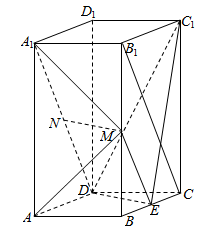
(2).

【解析】

【分析】(1)利用三角形中位线和可证得，证得四边形为平行四边形，进而证得，根据线面平行判定定理可证得结论；

(2)根据题意求得三棱锥的体积，再求出的面积，利用求得点C到平面的距离，得到结果.

【详解】(1)连接，



，分别为，中点 为的中位线

且

又中点，且 且

 四边形为平行四边形

，又平面，平面

平面

(2)在菱形中，为中点，所以，

根据题意有，，

因为棱柱为直棱柱，所以有平面，

所以，所以，

设点C到平面的距离为，

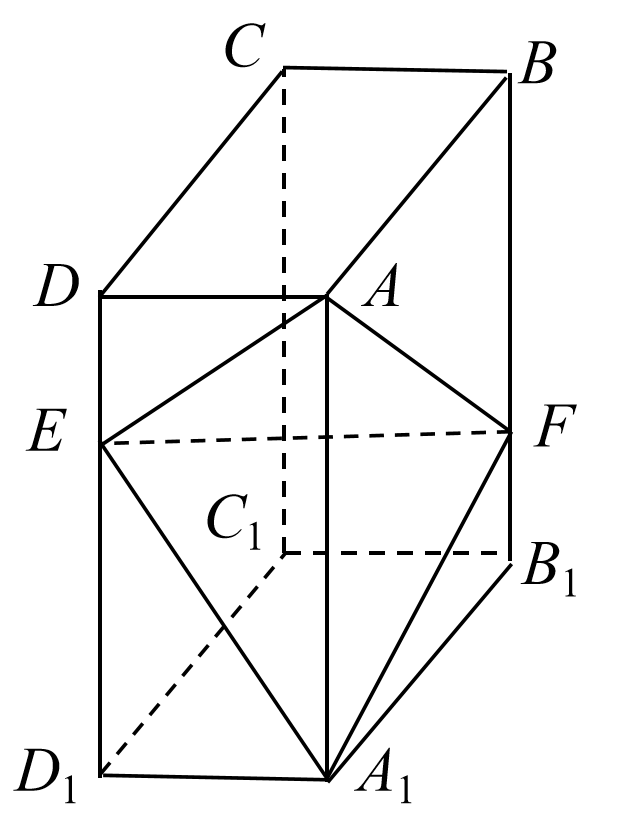
根据题意有，则有，

解得，

所以点C到平面的距离为.

【点睛】该题考查的是有关立体几何的问题，涉及到的知识点有线面平行的判定，点到平面的距离的求解，在解题的过程中，注意要熟记线面平行的判定定理的内容，注意平行线的寻找思路，再者就是利用等积法求点到平面的距离是文科生常考的内容.

19. 如图，在长方体中，点分别在棱上，且，．



(1)证明：点在平面内；

(2)若，，，求二面角的正弦值．

【答案】(1)证明见解析；(2).

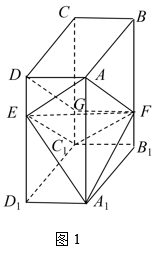
【解析】

【分析】(1)方法一:连接、，证明出四边形为平行四边形，进而可证得点在平面内；

(2)方法一：以点为坐标原点，、、所在直线分别为、、轴建立空间直角坐标系，利用空间向量法可计算出二面角的余弦值，进而可求得二面角的正弦值.

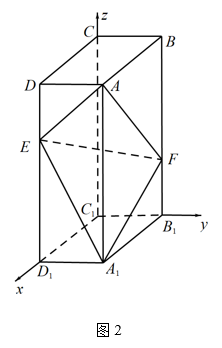
【详解】(1)**［方法一］【最优解】：利用平面基本事实的推论**

在棱上取点，使得，连接、、、，如图1所示.



在长方体中，，所以四边形为平行四边形，则，而，所以，所以四边形为平行四边形，即有，同理可证四边形为平行四边形，，，因此点在平面内.

**［方法二］：空间向量共线定理**



以分别*x*轴，*y*轴，*z*轴，建立空间直角坐标系，如图2所示．

设，则．

所以．故．所以，点在平面内．

**［方法三］：平面向量基本定理**

同方法二建系，并得，

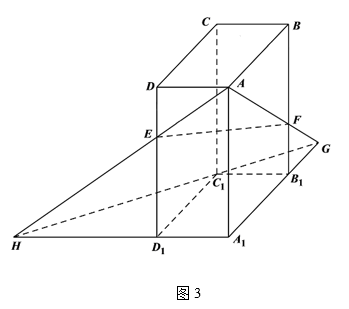
所以．

故．所以点在平面内．

**［方法四］：**

根据题意，如图3，设．

在平面内，因为，所以．



延长交于*G*，

平面，

平面．

，

所以平面平面①．

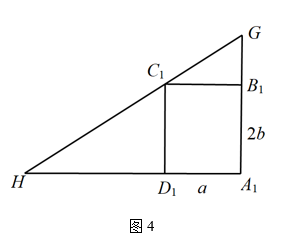
延长交于*H*，同理平面平面②．

由①②得，平面平面．

连接，根据相似三角形知识可得．

在中，．

同理，在中，．



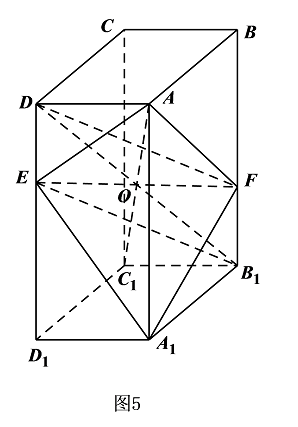
如图4，在中，．

所以，即*G*，，*H*三点共线．

因为平面，所以平面，得证．

**［方法五］：**

如图5，连接，则四边形为平行四边形，设与相交于点*O*，则*O*为的中点．联结，由长方体知识知，体对角线交于一点，且为它们的中点，即，则经过点*O*，故点在平面内．



(2)**［方法一］【最优解】：坐标法**

以点为坐标原点，、、所在直线分别为、、轴建立如下图所示的空间直角坐标系，如图2.

则、、、，

，，，，

设平面的一个法向量为，

由，得取，得，则，

设平面的一个法向量为，

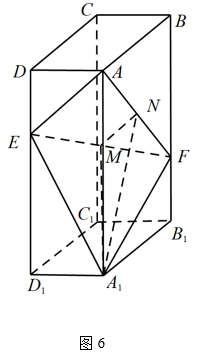
由，得，取，得，，则，

，

设二面角的平面角为，则，.

因此，二面角的正弦值为.

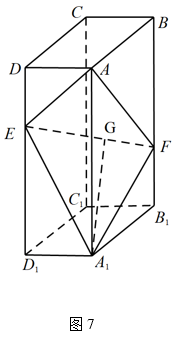
**［方法二］：定义法**



在中，，即，所以．在中，，如图6，设的中点分别为*M*，*N*，连接，则，所以为二面角的平面角．   
在中，．

所以，则．

**［方法三］：向量法**



由题意得，

由于，所以．

如图7，在平面内作，垂足为*G*，

则与的夹角即为二面角的大小．

由，得．

其中，，解得，．

所以二面角的正弦值．

**［方法四］：三面角公式**

由题易得，．

所以．

．

．

设为二面角的平面角，由二面角的三个面角公式，得

，所以．

【整体点评】(1)方法一：通过证明直线，根据平面的基本事实二的推论即可证出，思路直接，简单明了，是通性通法，也是最优解；方法二：利用空间向量基本定理证明；方法三：利用平面向量基本定理；方法四：利用平面的基本事实三通过证明三点共线说明点在平面内；方法五：利用平面的基本事实以及平行四边形的对角线和长方体的体对角线互相平分即可证出．

(2)方法一：利用建立空间直角坐标系，由两个平面的法向量的夹角和二面角的关系求出；方法二：利用二面角的定义结合解三角形求出；方法三：利用和二面角公共棱垂直的两个向量夹角和二面角的关系即可求出，为最优解；方法四：利用三面角的余弦公式即可求出．

20. 已知双曲线*C*：与*x*轴的正半轴交于点*M*，动直线*l*与双曲线*C*交于*A*，*B*两点，当*l*过双曲线*C*的右焦点且垂直于*x*轴时，，*O*为坐标原点．

(1)求双曲线*C*的方程；

(2)若，求点*M*到直线*l*距离的最大值．

【答案】(1)；

(2)2

【解析】

【分析】(1)由双曲线方程求得右焦点，则可求出*l*过双曲线*C*的右焦点且垂直于*x*轴时的*A*，*B*两点坐标，由及数量积的坐标运算即可解出*m*，得到双曲线方程；

(2)由得，分别讨论直线斜率存在、不存在的情况，当斜率不存在时，设，直接求出交点，结合数量积运算可解出，即可得点*M*到直线*l*距离；当斜率存在时，设，联立双曲线方程，结合韦达定理及数量积运算可得与*b*的关系，即可结合点线距离公式进一步讨论距离范围.

【小问1详解】

由曲线为双曲线得，双曲线标准形式为，故，右焦点，，

当时，代入双曲线方程得，故，

由得，

故双曲线*C*的方程为；

【小问2详解】

由得，

i.当直线斜率不存在时，设为，联立得，故当才有两个交点，此时，，解得或(舍).

故点*M*到直线*l*距离为2；

ii.当直线斜率存在时，设为，联立得，

故当(\*)才有两个交点，

设，则，

故，即，

即 ，整理得，得或.

①当时，直线*l*为过，其中一个交点与*M*重合，不合题意；

②当时，代入(\*)可得时有两个交点，

∴点*M*到直线*l*距离为.

综上，点*M*到直线*l*距离的最大值为2.

【点睛】关键点点睛：

(1)根据直线与圆锥曲线的交点个数，注意讨论个数成立的条件；

(2)结合韦达定理可以表示，即可进一步求出直线系数间的关系.

21. 已知椭圆*C*的方程为，右焦点为，且离心率为．

(1)求椭圆*C*的方程；

(2)设*M*，*N*是椭圆*C*上的两点，直线与曲线相切．证明：*M*，*N*，*F*三点共线的充要条件是．

【答案】(1)；(2)证明见解析

【解析】

【分析】(1)由离心率公式可得，进而可得，即可得解；

(2)必要性：由三点共线及直线与圆相切可得直线方程，联立直线与椭圆方程可证；

充分性：设直线，由直线与圆相切得，联立直线与椭圆方程结合弦长公式可得，进而可得，即可得解.

【详解】(1)由题意，椭圆半焦距且，所以，

又，所以椭圆方程为；

(2)由(1)得，曲线为，

当直线的斜率不存在时，直线，不合题意；

当直线的斜率存在时，设，

必要性：

若*M*，*N*，*F*三点共线，可设直线即，

由直线与曲线相切可得，解得，

联立可得，所以，

所以,

所以必要性成立；

充分性：设直线即，

由直线与曲线相切可得，所以，

联立可得，

所以，

所以

，

化简得，所以，

所以或，所以直线或，

所以直线过点，*M*，*N*，*F*三点共线，充分性成立；

所以*M*，*N*，*F*三点共线的充要条件是．

【点睛】关键点点睛：

解决本题的关键是直线方程与椭圆方程联立及韦达定理的应用，注意运算的准确性是解题的重中之重.

22. 在平面直角坐标系中，椭圆*C*过点，焦点，圆*O*的直径为．

(1)求椭圆*C*及圆*O*的方程；

(2)设直线*l*与圆*O*相切于第一象限内的点*P*．

①若直线*l*与椭圆C有且只有一个公共点，求点*P*的坐标；

②直线*l*与椭圆*C*交于两点．若的面积为，求直线*l*的方程．

【答案】(1)，；(2)①；②．

【解析】

【分析】(1)根据条件易得圆的半径，即得圆的标准方程，再根据点在椭圆上，解方程组可得*a*,*b*，即得椭圆方程；

(2)方法一：①先根据直线与圆相切得一方程，再根据直线与椭圆相切得另一方程，解方程组可得切点坐标；②先根据三角形面积得三角形底边边长，再结合①中方程组，利用求根公式以及两点间距离公式，列方程，解得切点坐标，即得直线方程.

【详解】(1)因为椭圆*C*的焦点为，

可设椭圆*C*的方程为．又点在椭圆*C*上，

所以，解得

因此，椭圆*C*的方程为．

因为圆*O*的直径为，所以其方程为．

(2)**［方法一］：【通性通法】代数法硬算**

①设直线*l*与圆*O*相切于，则，

所以直线*l*的方程为，即．

由，消去*y*，得(\*)，

因为直线*l*与椭圆*C*有且只有一个公共点，

所以．

因为，所以，因此，点*P*的坐标为．

②因为三角形*OAB*的面积为，所以，从而．

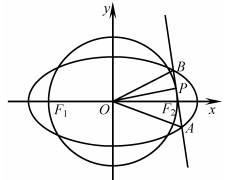
设，由(\*)得，

所以．

因为，所以，即，

解得舍去)，则，因此*P*的坐标为．

综上，直线*l*的方程为．



**［方法二］： 圆的参数方程的应用**

设*P*点坐标为．

因为原点到直线的距离，所以与圆*O*切于点*P*的直线*l*的方程为．

由消去*y*，得．

①因为直线*l*与椭圆相切，所以．

因为，所以，故，．

所以，*P*点坐标为．

②因为直线与圆*O*相切，所以中边上的高，因为的面积为，所以．

设，由①知



，

即，

即．

因为，所以，故，所以．

所以直线*l*的方程为．

**［方法三］：直线参数方程与圆的参数方程的应用**

设*P*点坐标为，则与圆*O*切于点*P*的直线*l*的参数方程为：(*t*为参数)，

即(*t*为参数)．

代入，得关于*t*的一元二次方程．

①因为直线*l*与椭圆相切，所以，，

因为，所以，故，．

所以，*P*点坐标为．

②同方法二，略．

【整体点评】(2)方法一：①直接利用直线与圆的位置关系，直线与椭圆的位置关系代数法硬算，即可解出点的坐标；②根据三角形面积公式，利用弦长公式可求出点的坐标，是该题的通性通法；

方法二：①利用圆的参数方程设出点，进而表示出直线方程，根据直线与椭圆的位置关系解出点的坐标；②根据三角形面积公式，利用弦长公式可求出点的坐标；

方法三：①利用圆的参数方程设出点，将直线的参数方程表示出来，根据直线与椭圆的位置关系解出点的坐标；②根据三角形面积公式，利用弦长公式可求出点的坐标．